

东华理工大学 2016 年硕士生入学考试初试试题

科目代码： 837 ； 科目名称： 《高等数学》； (A 卷)

适用专业（领域）名称： 045104 学科教学（数学）

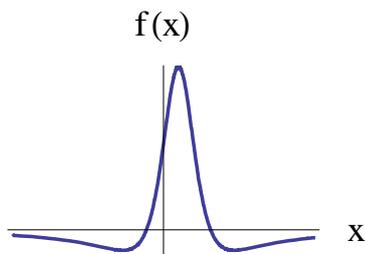
一、选择题：（1~8 小题，共 8 小题，每小题 4 分，共 32 分）

(1) 当 $x > 0$ 时，曲线 $y = x \sin \frac{1}{x}$ () .

- (A) 仅有水平渐近线 (B) 仅有铅直渐近线
(C) 既有水平渐近线，又有铅直渐近线 (D) 既无水平渐近线，又无铅直渐近线

(2) 设函数 $f(x)$ 在 $(-\infty, +\infty)$ 处连续，其 2 阶导函数 $f''(x)$ 的图形如下图所示，则曲线 $y = f(x)$ 的拐点个数为 () .

- (A) 0 (B) 1 (C) 2 (D) 3



(3) 若在区间 (a, b) 内函数 $f'(x) > 0, f''(x) < 0$ ，则 $f(x)$ 在 (a, b) 内 () .

- (A) 单调减、凹曲线 (B) 单调减、凸曲线 (C) 单调增、凹曲线 (D) 单调增、凸曲线

(4) $xy'' + 2x^2y' + x^3y = x^4 + 1$ 是 () 微分方程.

- (A) 2 阶齐次非线性 (B) 2 阶非齐次非线性 (C) 3 阶齐次非线性 (D) 3 阶非齐次非线性

(5) 设 $f(x, y)$ 是连续函数，则交换 $\int_0^1 dx \int_0^{1-x} f(x, y) dy$ 的次序得 () .

- (A) $\int_0^1 dy \int_0^{1+y} f(x, y) dx$ (B) $\int_0^1 dy \int_0^{1-y} f(x, y) dx$
(C) $\int_0^1 dy \int_0^{1+y} f(x, y) dx$ (D) $\int_0^1 dy \int_0^{1+y} f(x, y) dx$

(6) 定积分 $\int_{\frac{1}{2}}^1 \left(\frac{\sin x \tan^2 x}{3 + \cos 3x} + e^x \right) dx = ()$.

- (A) $e^{-\frac{1}{2}} - e^2$ (B) $e^2 - e^{-\frac{1}{2}} + \frac{1}{2}x$ (C) $e^2 - e^{-\frac{1}{2}} - \frac{1}{2}x$ (D) $e^2 - e^{-\frac{1}{2}}$

(7) 设 $f(x)$ 在 $x = a$ 的某个邻域内有定义，则 $f(x)$ 在 $x = a$ 处可导的一个充分条件是 () .

(A) $\lim_{h \rightarrow 0} h[f(a+\frac{1}{h}) - f(a)]$ 存在 (B) $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(a+2h) - f(a+h)}{h}$ 存在

(C) $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(a+h) - f(a-h)}{2h}$ 存在 (D) $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(a) - f(a-h)}{h}$ 存在

(8) 设 D 是由圆周 $x^2 + y^2 = 4$ 及 y 轴所围成的右半闭区域, $f(x, y)$ 是连续函数, 则

$\iint_D f(x, y) ds = (\quad)$.

(A) $\int_0^1 dy \int_{\sqrt{4-y^2}}^2 f(x, y) dx$ (B) $\int_0^2 dy \int_{\sqrt{4-y^2}}^2 f(x, y) dx$

(C) $\int_0^1 dy \int_{\sqrt{4-y^2}}^0 f(x, y) dx$ (D) $\int_0^2 dy \int_{\sqrt{4-y^2}}^0 f(x, y) dx$

二、填空题：(9~14 小题, 共 6 小题, 每小题 4 分, 共 24 分)

(9) 曲面 $e^z - z + xy = 3$ 在点 (2, 1, 0) 处的切平面方程为_____.

(10) $\lim_{x \rightarrow 0} (1+2x)^{\frac{3}{\sin x}} = \underline{\hspace{2cm}}$.

(11) 若函数 $z = z(x, y)$ 由方程 $e^z + xyx + x + \cos x = 2$ 确定, 则 $dz|_{(0,0)} = \underline{\hspace{2cm}}$.

(12) 齐次方程 $x \frac{dy}{dx} = y \ln \frac{y}{x}$ 满足 $y(1) = e^2$ 的解为 _____.

(13) 设 $f(x)$ 是周期为 3 的可导奇函数, 且 $f'(x) = 2(x-1), x \in [0, 2]$, 则 $f(9) = \underline{\hspace{2cm}}$.

(14) 设 $\vec{a} = (2, 1, 2), \vec{b} = (4, -1, 10), \vec{c} = \vec{b} - l \vec{a}$, 且 $\vec{a} \perp \vec{c}$, 则 $l = \underline{\hspace{2cm}}$.

三、计算题：(15~23 小题, 共计 94 分)

(15) (本题满分 10 分) 计算 $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{1}{\sqrt{n^2+1}} + \frac{1}{\sqrt{n^2+2}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{n^2+n}} \right)$.

(16) (本题满分 10 分) 求极限 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(\int_0^x e^{t^2} dt)^2}{\int_0^x t e^{2t^2} dt}$.

(17) (本题满分 10 分) 设 $y = y(x)$ 是由参数方程 $\begin{cases} x = \ln \sqrt{1+t^2} \\ y = \arctan t \end{cases}$ 确定的函数, 求 $\frac{dy}{dx}, \frac{d^2y}{dx^2}$.

(18) (本题满分 10 分) 求不定积分 $\int \frac{1 - \ln x}{(x - \ln x)^2} dx$.

(19) (本题满分 10 分) 求过曲线 $y = -x^2 + 1$ 上的一点, 使过该点的切线与这条曲线及 x, y 轴在第一象限围成图形的面积最小, 最小面积是多少?

(20) (本题满分 11 分) 设 $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{e^{x-1}} & x > 0 \\ \ln(1+x) & -1 < x \leq 0 \end{cases}$, 求 $f(x)$ 的间断点, 并说明间断点

所属类型.

(21) (本题满分 11 分) 求函数 $y = 2 - |x^5 - 1|$ 的凹凸区间及拐点.

(22) (本题满分 11 分) 求微分方程 $y'' - 3y' + 2y = xe^{2x}$ 的通解.

(23) (本题满分 11 分)

(I) 设函数 $u(x), v(x)$ 可导, 利用导数定义证明 $[u(x) + v(x)]' = u'(x) + v'(x)$ 成立.

(II) 设函数 $u_1(x), u_2(x), \dots, u_6(x)$ 可导, $f(x) = u_1(x)u_2(x)u_3(x) + u_4(x)u_5(x)u_6(x)$, 写出 $f(x)$ 的求导公式.