

东华理工大学 2017 年硕士生入学考试初试试题

科目代码： 837 ； 科目名称： 《高等数学》 ； (A 卷)

适用专业 (领域) 名称： 045104 学科教学 (数学)

一、选择题： (共 8 小题，每小题 4 分，共 32 分)

(1) 设函数 $f(x)$ 在点 x_0 处可微，则当 $\Delta x \rightarrow 0$ 时， $\Delta y - dy$ 是关于 Δx 的 () 无穷小量。

(A) 等价； (B) 低阶； (C) 同阶 (但不等价)； (D) 高阶

(2) 曲线 $y = x + e^{-x}$ ()

(A) 仅有水平渐近线； (B) 仅有铅直渐近线； (C) 仅有斜渐近线；
(D) 无渐近线

(3) 极限 $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{xy}{x^2 + 2y^2}$ ()

(A) $\frac{1}{2}$ ； (B) 1； (C) 2； (D) 不存在

(4) 函数 $f(x, y)$ 在点 (x_0, y_0) 处两个偏导数 $f_x(x_0, y_0)$ 和 $f_y(x_0, y_0)$ 存在是 $f(x, y)$ 在点 (x_0, y_0) 处可微的 ()

(A) 充分条件； (B) 必要条件； (C) 充要条件；
(D) 既不充分也不必要条件

(5) 下列命题中不正确的是 ()

(A) 初等函数的原函数必是初等函数； (B) 连续函数必有原函数；
(C) 若 $g_1(x)$ 与 $g_2(x)$ 是 $f(x)$ 原函数，则 $g_1(x) - g_2(x) = c$ (常数)
(D) 若 $f_1(x)$ 与 $f_2(x)$ 有相同的原函数，则 $f_1(x) = f_2(x)$

(6) 若 $f(-x) = f(x), x \in (-\infty, +\infty)$ ，在 $(-\infty, 0)$ 内， $f'(x) > 0$ ，且 $f''(x) < 0$ ，则在 $(0, +\infty)$ 内有 ()

(A) $f'(x) > 0, f''(x) < 0$ ； (B) $f'(x) > 0, f''(x) > 0$ ；
(C) $f'(x) < 0, f''(x) < 0$ ； (D) $f'(x) < 0, f''(x) > 0$

(7) 已知 $f_x(x_0, y_0)$ 存在，则 $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x_0 + h, y_0) - f(x_0 - h, y_0)}{h} =$ ()

(A) 0； (B) $f_x(x_0, y_0)$ ； (C) $2f_x(x_0, y_0)$ ； (D) $\frac{1}{2}f_x(x_0, y_0)$

- (8) 设 $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ 为单位向量，且 $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c} = \vec{0}$ ，则 $\vec{a} \cdot \vec{b} + \vec{b} \cdot \vec{c} + \vec{c} \cdot \vec{a}$ 等于 ()
 (A) -1 ; (B) $-\frac{3}{2}$; (C) $\frac{3}{2}$; (D) 1

二、填空题：(共 7 小题，每小题 4 分，共 28 分)

- (1) 设 $f'\left(x + \frac{1}{x}\right) = x^2 + \frac{1}{x^2}$ ，则 $f(x) =$ _____
- (2) 设 $\lim_{x \rightarrow \infty} f'(x) = k$ ，则 $\lim_{x \rightarrow \infty} [f(x+a) - f(x)] =$ _____
- (3) 设 $z = e^{\sin(x^2+y^2)}$ ，则 $dz =$ _____
- (4) 交换二次积分的积分次序 $\int_0^4 dy \int_{\frac{y^2}{4}}^{y^2} f(x, y) dx =$ _____
- (5) 微分方程 $(xy^2 + x)dx + (y - x^2y)dy = 0$ 通解 _____
- (6) 曲线 $\begin{cases} x = 1 + t^2 \\ y = t^3 \end{cases}$ 在 $t = 2$ 处的切线方程 _____
- (7) 已知平面在 y 轴上的截距为 -1 ，且过点 $(2,0,0)$ 和 $(2,1,3)$ ，
 则此平面方程 _____

三、计算题 (共 9 小题，共 90 分)

- (1) (本题 5 分) $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{\sqrt{xy+1} - 1}{xy}$
- (2) (本题 5 分) 求由 $\int_2^y e^t dt + \int_0^x e^{-t} dt = 0$ 所确定的隐函数 y 对 x 的导数 $\frac{dy}{dx}$
- (3) (本题 8 分) $\int e^{\sqrt[3]{x+1}} dx$
- (4) (本题 8 分) $\int_{-1}^1 x^9 (e^{x^2} + x) dx$
- (5) (本题 8 分) $z = f(u, v, t) = uv + \sin t$ ，而 $u = e^t, v = \cos t$ ，求 $\frac{dz}{dt}$ 。
- (6) (本题 12 分) 求二次函数 $f(x, y) = x^2(2 + y^2) + y \ln y$ 的极小值。
- (7) (本题 12 分) 求微分方程 $y'' - 8y' + 16y = e^{4x}$ 通解。

(8) (本题 12 分) 求由曲线 $y = \sqrt{x}$ 与直线 $x + y = 2$ 及 x 轴所围成的平面图形的面积，并求该图形绕 x 轴旋转所产生的旋转体的体积.

(9) (本题 10 分) 利用极坐标计算二重积分 $\iint_D xy dx dy$ ，其中 D 是由圆 $x^2 + y^2 = 1$ 与两坐标轴所围成的在第一象限部分的闭区域.

(10) (本题 10 分) 求过点 $(0, -2, 4)$ 且与两平面 $x + 2z = 1$ 和 $y - 3z = 2$ 平行的直线方程.